"Brieskorn Day" — Tuesday 16.07.1996

$9^{00} - 9^{30}$	*G.-M. Greuel: Some aspects of Brieskorn's mathematical work*
$9^{45} - 10^{45}$	*Friedrich Hirzebruch: Singularities and exotic spheres*
$11^{00} - 12^{00}$	*Peter Slodowy: A new identification of subregular singularities in simple Lie algebras*
$15^{30} - 16^{15}$	*Wolfgang Ebeling: Milnor lattices and monodromy groups*
$16^{30} - 17^{15}$	*Claus Hertling: Applications of the Brieskorn lattice H_0''*
$17^{30} - 18^{15}$	*Egbert Brieskorn: Singularities and Polyhedra*
20^{00}	*Mrs. H. Brieskorn, M. Kreck, J. Steenbrink: Music*

GERT-MARTIN GREUEL

Some aspects of Brieskorn's mathematical work

The first talk of this day which was organized in honour of Brieskorn's 60th birthday was devoted to a short overview of Brieskorn's mathematical work. In this work we see clearly Brieskorn's idea of unity of mathematics and the success in relating different mathematical structures:

- Topological — differential — analytic (discovery of exotic spheres as neighbourhood boundary of singularities),
- Resolution — deformation (simultaneous resolution of ADE-singularities)
- Lie groups — equations (construction of ADE-singularities from the corresponding simple Lie groups)
- Transcendental — algebraic (construction of local Gauß–Manin connection)
- Continuous — discrete ((generalized) braid groups, Milnor lattices and Dynkin diagrams)

In the subsequent talks details and further developments of some of these topics are explained by Brieskorn's teacher Prof. F. Hirzebruch and some of Brieskorn's students (W. Ebeling, P. Slodowy, C. Hertling).

FRIEDRICH HIRZEBRUCH

Singularities and exotic spheres

Bericht über das akademische Jahr 1965/66. Brieskorn ist C.L.E. Moore Instructor am M.I.T., Jänich ist an der Cornell University, dann am IAS in Princeton. Ich bin in Bonn. Es gibt ausgedehnte Korrespondenz. Vom 30.9.–7.10.1965 bin ich bei einer Konferenz in Rom (Bericht über Brieskorn's simultane Auflösungen). Dort erreicht mich Brieskorn's Brief vom 28.9.1965: *"Ich habe in den letzten Tagen die etwas verwirrende Entdeckung gemacht, daß es vielleicht 3-dimensionale normale Singularitäten gibt, die topologisch trivial sind. Ich habe das Beispiel heute nachmittag mit Mumford diskutiert, und er hatte bis heute abend noch keinen Fehler gefunden; hier ist es:* $X = \{x \in \mathbb{C}^4 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^3 = 0\}$ *."* Beweis durch Auflösung und Berechnung aller Invarianten des Umgebungsrandes. In den Proc. Nat. Acad. Sci. USA erscheint allgemeiner das Beispiel $x_1^2 + \ldots + x_k^2 + x_{k+1}^3 = 0$ (k ungerade).

Bericht über die umfangreiche Korrespondenz, die sich anschließt, über Brieskorn's Entdeckung der Arbeit von Pham, die es ihm ermöglicht, Milnor's assertion in einem Brief an Nash zu beweisen — Milnor an Nash am 13.4.1966: *"The Brieskorn example is fascinating. After staring at it for a while, I think I know which manifolds of this type are spheres but the statement is complicated and a proof does not exist. Let* $\Sigma(p_1, \ldots, p_n)$ *be the locus* $z_1^{p_1} + \ldots + z_n^{p_n} = 0$, $|z_1|^2 + \ldots + |z_n|^2 = 1$, *where* $p_j \geq 2 \ldots$*"* Dann gibt Milnor die Bedingung a) oder b) für die Exponenten an. — Allmählich wird es allen Beteiligten klar, daß zur Bestimmung der differenzierbaren Struktur die Berechnung der Signatur von $z_1^{p_1} + \ldots + z_n^{p_n} = 1$ ($n \geq 3$, n ungerade) erforderlich ist. Darüber gibt es manche Briefe von Brieskorn an mich und umgekehrt. Brieskorn schreibt seine Arbeit für die Inventiones Bd. 2 (1966). In diesem Zusammenhang hat er auch $\Sigma(2,3,5,30)$, $30 =$ Coxeterzahl von E_8, studiert und schließlich die kleinen Auflösungen dieser Singularität in Kurven gemäß E_8-Baum und damit die simultane Auflösung der Flächenfamilien $x_1^2 + x_2^3 + x_3^5 + t^{30} = 0$ (Parameter t) bewerkstelligt und den übriggebliebenen Fall seiner Math. Ann. Arbeit von 1966 (über die ich in Rom berichtete) erledigt. Verständnis im Rahmen der Wurzelsysteme und der Weylschen Gruppe wurde erzielt (Brieskorn's Brief an Frau Tjurina vom 13.9.1966) — Jänich hatte $O(n)$-Mannigfaltigkeiten $W^{2n-1}(d)$ studiert (zwei Orbittypen mit Isotropiegruppen $O(n-2)$, $O(n-1)$ und Orbitraum D^2, S^1) und diese klassifiziert, sowie Knotenmannigfaltigkeiten $M^{2n+1}(k)$, auf denen $O(n)$ operiert (drei Orbittypen $O(n-2)$, $O(n-1)$, $O(n)$ mit Orbitraum D^4, $S^3 - k$, k (k der Knoten)). Ich bringe die beiden in USA befindlichen zusammen durch Bericht vom März 1966, z.B. $W^{2n-1}(d)$ ist $\Sigma(2, \ldots, 2, d)$ und M^{2n+1}(Torusknoten 3,5) ist $\Sigma(2, \ldots, 2, 3, 5)$. Brieskorn schreibt am 29.3.1966: *"Klaus Jänich und ich hatten von diesem Zusammenhang unserer Arbeiten nichts gemerkt, und ich war vor Freude ganz außer mir, wie Sie nun die Dinge zusammengebracht haben."*

Ich hatte hier in Oberwolfach die gleiche Freude, darüber erzählen zu können.